رياضيات 6

سلم تصحيح مقرر التحليل العددي

لطلاب السنة الثانية- رياضيات الدورة الإضافية 2015-2016

السؤال الأول : (25 درجة)

(3) $(BC.48)_{16} = B \times 16^1 + C \times 16^0 + 5 \times 16^{-1} + 15 \times 16^{-2} = (188.37109375)_{10}$

نكتب العدد $(188.28125)_{10}$ بالنظام الثنائي:

(6)

$188/2 = 94 \Rightarrow b_0 = 0$; $0.37109375 \times 2 = 0.7421875 \Rightarrow b_{-1} = 0$

$94/2 = 47 \Rightarrow b_1 = 0$; $0.5625 \times 2 = 1.484375 \Rightarrow b_{-2} = 1$

$47/2 = 23.5 \Rightarrow b_2 = 1$. $0.484375 \times 2 = 0.96875 \Rightarrow b_{-3} = 0$

$23/2 = 11.5 \Rightarrow b_3 = 1$, $0.96875 \times 2 = 1.9375 \Rightarrow b_{-4} = 1$

$11/2 = 5.5 \Rightarrow b_4 = 1$, $0.9375 \times 2 = 1.875 \Rightarrow b_{-5} = 1$

$5/2 = 2.5 \Rightarrow b_5 = 1$, $0.875 \times 2 = 1.75 \Rightarrow b_{-6} = 1$

$2/2 = 1 \Rightarrow b_6 = 0$, $0.75 \times 2 = 1.5 \Rightarrow b_{-7} = 1$

$1 \Rightarrow b_7 = 1$. $0.5 \times 2 = 1 \Rightarrow b_{-8} = 1$

(2) $$(BC.48)_{16} = (10111100..01011111)$$

--2 $Z_1 = -2.3$, $Z_2 = 3.53$

(2) $\Delta_{z_1} \le 5 \times 10^{-2}$ ، $\Delta_{z_2} \le 5 \times 10^{-3}$

(3) $\Delta_{z_1+z_2} \le \Delta_{z_1} + \Delta_{z_2} \Rightarrow \Delta_{z_1+z_2} \le 0.055$

و الخطأ النسبي في هذه الحالة يعطى بالشكل:

(3) $\delta_{Z_1+Z_2} = (\Delta_{Z_1+Z_2}) / |Z_1 + Z_2| = 0.0447154471544$

(3) $.\Delta_{z_1.z_2} \le \Delta_{z_1} |z_2| + \Delta_{z_2} |z_1| = 0.188$

و الخطأ النسبي في هذه الحالة يعطى بالشكل:

(3) $\delta_{Z_1 \times Z_2} = (\Delta_{Z_1 \times Z_2}) / |Z_1 \times Z_2| = 0.023155561$

السؤال الثاني: (40 درجة)

تعطى كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة نيوتن غريغوري بالعلاقة:

(5) $$p_n(x) = y_0 + s\Delta y_0 + \frac{s(s-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \dots + \frac{s(s-1)(s-2)\dots(s-(n-1))}{n!}\Delta^n y_0$$

(2) $$s = \frac{x - x_0}{h} = \frac{x+2}{1} = x + 2$$

لنكتب جدول الفروق المباشر للدالة المفروضة:

(5)

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$
-2	0				
		4			
-1	4		-6		
		-2		6	
0	2		0		0
		-2		6	
1	0		6		0
		4		6	
2	4		12		
		16			
3	20				

بالتعويض نجد كثيرة حدود الاستيفاء المطلوبة:

(5) $$p_3(x) = 0 + 4(x+2) - 6\frac{(x+2)(x+1)}{2} + 6\frac{(x+2)(x+1)x}{6} = x^3 - 3x + 2$$

(2) $$f(4) \cong P_4(4) = 54$$

المستطيلات

حسب دستور ~~أشباه المنحرفات~~ لحساب التكاملات :

(3) $$\int_a^b f(x)dx \cong h[f_0 + f_1 + f_2 + ... + f_{n-1}]$$

(2) $$\int_{-1}^{3} f(x)dx \cong h[f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + f_4]$$

$$= 1[0 + 4 + 2 + 4] = 10$$

(3) $$f'(x_0) = p_n'(x_0) = \frac{1}{h}[\Delta f_0 - \frac{1}{2}\Delta^2 f_0 + \frac{1}{3}\Delta^3 f_0 - ... + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\Delta^n f_0]$$ ج-

(2) $$f'(-1) \cong \frac{1}{1}[-2 - \frac{1}{2}(0) + \frac{1}{3}(6)] = 0$$

2-- بتطبيق دستور أولر :

(5) $$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$$

نجد أن:

(2) $y_1 = y(1.2) = y_0 + hy_0' = 1 + 0.2[2(1)(1)] = 1.4$

(2) $y_2 = y(1.4) = y_1 + hy_1' = 1.4 + 0.2[2(1.2)(1.4)] = 2.072$

(2) $y_3 = y(1.6) = y_2 + hy_2' = 2.072 + 0.2[2(1.4)(2.072)] = 3.23232$

السؤال الثالث (35 درجة) لدينا دستور نيوتن - رافسون : $f'(x) = 3x^2 - 4x$ ، $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5$

(5) $$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = -5$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = -3.105263157$$

(8)

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = -1.793785898$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = -0.771264359$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = 0.5940383666$$

(2)

نستمر حتى تحقق الشرط: $|x_n - x_{n-1}| \angle \varepsilon$

نكتب مجموعة المعادلات الخطِّية المفروضة بالشكل $X = \beta + \alpha X$ فنجد :

(3)

$$x_1 = 1 - 1/10\ x_2 + 1/10\ x_3$$
$$x_2 = 7/8 - 1/8 x_1 + 1/4 x_3$$
$$x_3 = 8/7 - 2/7 x_1 + 1/7 x_2$$

حيث أن :

(3)

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & -1/10 & 1/10 \\ -1/8 & 0 & 1/4 \\ -2/7 & 1/7 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 7/8 \\ 8/7 \end{pmatrix}$$

حتى يكون الحل متقارباً يجب أن يتحقق أحد شروط التقارب ، أي أن :

(5)

$$\|\alpha\|_{II} = \max_{1 \le j \le n} \sum_{i=1}^{n} |a_{ij}| \quad \Rightarrow \quad \|\alpha\|_{II} = \max(1/5\ ,\ 3/8\ ,\ 3/7) = 3/7 < 1$$

وبالتالي فإن الحل متقارب من الحل الحقيقي باستخدام طرائق التقريبات المتتالية.

(3)

$$x_1^{(k+1)} = 1 - 1/10 x_2^{(k)} + 1/10 x_3^{(k)}$$
$$x_2^{(k+1)} = 9/8 - 1/8 x_1^{(k)} + 1/4 x_3^{(k)}$$
$$x_3^{(k+1)} = 8/7 - 2/7 x_1^{(k)} + 1/7 x_2^{(k)}$$

نبدل الحل الابتدائي نجد أن :

(6)

$$X^{(1)} = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \\ x_3^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.001785714 \\ 1.285714288 \\ 1.017857143 \end{pmatrix}$$

****

د. حامد عباس